

фузии дестабилизирует фронт пламени в отношении возникновения релаксационных колебаний скорости горения. Эти выводы также согласуются с заключением [9], где отмечается, что колебательная неустойчивость в двухреагентных пламенах реализуется при малых $Le_i - D_i/\kappa$. Учет многокомпонентной диффузии для реакции окисления водорода значительно сужает зону ДТН-1, особенно для стехиометрических смесей. В связи с этим для данной смеси наиболее вероятно появление монотонной неустойчивости, отмечаемое в эксперименте в виде ячеистого пламени. Из анализа таблицы следует, что и для границ области ДТН-1 наблюдается удовлетворительное согласование с бинарной теорией.

Таким образом, результаты проведенных исследований говорят о том, что для смесей, близких к стехиометрическим, учет взаимной диффузии может существенно изменить картину ДТН в случае сильного различия молекулярных весов компонентов. Для бедных смесей различие в подвижности компонентов компенсируется недостатком горючего компонента.

ЛИТЕРАТУРА

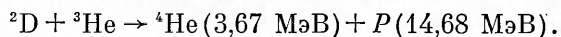
1. Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б., Истратов А. Г. ПМТФ, 1962, 4.
2. Гришин А. М., Зеленский Е. Е.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 5, № 4.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1974.
3. Гришин А. М., Берцун В. Н., Агранат В. М. Докл. АН СССР, 1977, 235, 3.
4. Агранат В. М., Берцун В. Н., Гришин А. М.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 8, № 4.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1977.
5. Гришин А. М., Фомин В. М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред.— Новосибирск: Наука, 1984.
6. Levis V., Von Elbe G. Combustion flames and explosions of gases.— N. Y.: Academic Press, 1938.
7. Алдушин А. П., Каспарян С. Г. Препринт ОИХФ АН СССР.— Черногловка, 1978.
8. Алдушин А. П., Каспарян С. Г. Докл. АН СССР, 1979, 244, 1.
9. Joulin G., Mitahi T. Comb. Flame, 1981, 40, 3.
10. Щетинков Е. С. Физика горения газов.— М.: Наука, 1965.
11. Гришин А. М., Зеленский Е. Е. ФГВ, 1974, 10, 2.

Поступила в редакцию 27/I 1986,
после доработки — 20/IV 1986

ЛАМИНАРНОЕ ПЛАМЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТРАЕКТОРИЙ БЫСТРЫХ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ

М. М. Баско, А. Б. Будько
(Москва)

Существуют реакции горения, быстрые продукты которых движутся по практически прямолинейным траекториям и имеют макроскопические пробеги. К реакциям такого типа в широком диапазоне параметров можно отнести реакции термоядерного синтеза [1]; в качестве характерного примера укажем реакцию



Основная доля энергии этой реакции выделяется в виде быстрых протонов, которые при температуре электронов $T_e \ll 40$ кэВ тормозятся за счет кулоновских столкновений с легкими электронами и, следовательно, подавляющую часть пробега проходят, двигаясь по прямой.

При своем торможении быстрые продукты прогревают холодные слои топлива, непосредственно примыкающие к зоне горения, в результате чего формируется волна горения или детонации. Такой механизм распространения пламени (или детонации) качественно отличается от

обычных теплопроводности и диффузии, подробно изученных в классической теории горения¹ [2]. Данная работа посвящена выяснению основных свойств этого механизма, а также выводу и исследованию системы уравнений ламинарного пламени в рамках диффузионного описания переноса энергии быстрыми продуктами на примере простейшей задачи вычисления нормальной скорости пламени.

Ниже для простоты предполагаем, что в зоне горения протекает реакция только одного типа, а в каждом элементарном акте образуется только одна быстрая частица с начальной энергией $E_0 = 1/2 M v_0^2$ и изотропным распределением начальных скоростей. Испущенные частицы — продукты летят вдоль прямых линий и испытывают со стороны среды силу торможения $F = F(E)$, которую считаем зависящей от E , но не от параметров среды. При этом полагаем, что плотность среды ρ постоянна вдоль всей зоны горения. Как показал анализ более сложного и интересного с практической точки зрения случая изобарической (дозвуковой) волны горения [3, 4], указанные упрощения ($\rho = \text{const}$, $F = F(E)$) никак не отражаются на качественных выводах и очень слабо отражаются на количественных. Далее, учитывая разогрев топлива быстрыми частицами, пренебрегаем связанным с этим переносом массы и импульса, а также обычной теплопроводностью среды и диффузией ее компонентов.

Кинетика горения

Рассмотрим плоскую стационарную волну горения, распространяющуюся по покоящемуся веществу со скоростью D в отрицательном направлении оси x . Введем координату $z = x + Dt$, связанную с фронтом пламени. Закон сохранения энергии имеет вид

$$d\varepsilon/dz = Q/D, \quad (1)$$

где ε — удельная внутренняя энергия среды; Q — скорость нагрева быстрыми продуктами горения.

Описывая кинетику горения, топливо удобно представлять состоящим как бы из идентичных «молекул», каждая из которых содержит c_k атомов с атомным номером Z_k и атомной массой A_k ; «молекулярная» масса топлива

$$A_{mol} = \sum_k c_k A_k.$$

Для простоты предположим, что в реакции горения участвуют лишь атомы двух сортов с единичными стехиометрическими коэффициентами, концентрации которых $c_1 = c_2 = Y$ (стехиометрическая смесь). В этих обозначениях уравнение горения примет вид

$$\frac{dY}{dz} = - \frac{m_A A_{mol}}{\rho D} q, \quad (2)$$

где

$$q = \left(\frac{\rho Y}{m_A A_{mol}} \right)^2 \langle \sigma v \rangle$$

— число реакций в единице объема в единицу времени; m_A — атомная единица массы. Отметим, что сохранение массы в процессе горения эквивалентно условию $A_{mol} = \text{const}$.

Кинетика продуктов и уравнения распространения пламени

Пусть $f(t, \vec{r}, \vec{v})$ — функция распределения быстрых продуктов. В неподвижной среде уравнение непрерывности в фазовом пространстве

¹ При этом, однако, полностью сохраняют свой смысл такие основные понятия классической теории горения, как распространение пламени (дефлаграция), детонация, нормальная скорость пламени и т. п.

(\vec{r}, \vec{v}) для функции f имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(\vec{v}f) + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\vec{F}}{M} f \right) = S(t, \vec{r}, \vec{v}) \quad (3)$$

Здесь M — масса быстрых частиц; S — плотность источников в фазовом пространстве. Выражение (4) по сути есть уравнение Фоккера — Планка, в котором учтена лишь сила динамического трения $\vec{F} = -(\vec{v}/v)F$ и отброшен член, описывающий диффузию по скоростям (приближение прямолинейных траекторий).

Вводя интенсивность быстрых частиц $j(z, \mu, E) = v^2/M \cdot f$ и переходя к сферическим координатам в пространстве скоростей, преобразуем (3) к виду

$$\left(\mu + \frac{D}{v} \right) \frac{\partial j}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial E}(Fj) = \frac{1}{4\pi} q \delta(E - E_0). \quad (4)$$

Здесь $\mu = \cos \vartheta$, где ϑ — угол между направлением скорости частиц — продуктов v и осью x . Уравнение (4) решаем в предположении,

$$F(E) = F_0(E/E_0)^n, \quad (5)$$

для чего введем безразмерную координату ξ , определяемую соотношением $d\xi = F_0/E_0 \cdot dz$. Величина E_0/F_0 имеет размерность длины и с точностью до численного коэффициента совпадает с длиной свободного пробега быстрых продуктов l . Обозначая

$$v = \frac{E}{e_0}, \quad \tilde{D} = \frac{D}{v_0}, \quad \Delta_{\mu\nu} = \int_v^1 (\mu + \tilde{D}t^{-1/2}) t^{-n} dt, \quad (6)$$

из (4) получаем

$$j(\xi, \mu, v) = v^{-n} \frac{q(\xi - \Delta_{\mu\nu})}{4\pi F_0}. \quad (7)$$

Физический смысл имеют значения $-1 < n < 1/2$ [5], для которых интеграл в (6) сходится при любых $0 \leq v \leq 1$. Чтобы замкнуть задачу, достаточно воспользоваться общим выражением для скорости нагрева среды

$$Q = \frac{1}{\rho} \int_0^{E_0} F(E) \left[2\pi \int_{-1}^{+1} j(\xi, \mu, v) d\mu \right] dE. \quad (8)$$

Определив безразмерные внутреннюю энергию

$$\chi = \frac{m_A A_{mol}}{E_0} (\varepsilon - \varepsilon_H) \quad (9)$$

($\varepsilon_H = \varepsilon(T_H)$ — начальное значение внутренней энергии) и скорость реакции

$$\omega = \omega(\chi) = \frac{E_0}{v_0 F_0} \frac{\rho \langle \sigma v \rangle}{m_A A_{mol}}, \quad (10)$$

из (1), (2), (7) и (8) получаем следующую интегриродифференциальную систему, описывающую распространение ламинарного пламени

$$\frac{dY}{d\xi} = -\frac{Y^2}{D} \omega(\chi), \quad (11)$$

$$\chi(\xi) = 1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \left[\int_{-1}^{+1} Y(\xi - \Delta_{\mu\nu}) d\mu \right] dv. \quad (12)$$

Здесь два независимых граничных условия: 1) фиксирующее начало

координат, например, $Y(0) = 1/2$; 2) $\lim_{\xi \rightarrow -\infty} Y(\xi) = 1$, которое при $\omega(1) > 0$ гарантирует выполнение соотношений $\lim_{\xi \rightarrow +\infty} Y(\xi) = 0$, $\lim_{\xi \rightarrow -\infty} \chi(\xi) = 0$, $\lim_{\xi \rightarrow +\infty} \chi(\xi) = 1$.

В практически более интересном случае изобарического фронта пламени необходимо, строго говоря, учесть движение среды в уравнении переноса (4), что неоправданно усложняет математическую постановку задачи. Если же оставить (4) без изменения, но учесть изобаричность процесса во всех остальных уравнениях [3] (при этом допускается произвольный вид зависимости $F_0 = F_0(\rho, T)$, в определении (9) вместо ε появляется удельная энтальпия, а в (10) — дополнительный множитель ρ/ρ_n), то получаются те же уравнения (11), (12). Такой подход, однако, до конца последователен лишь в пределе медленного горения ($\omega \ll 1$) и низких температур зажигания, когда ширина фронта пламени $\Delta z \gg l$.

Уравнения распространения пламени в диффузионном приближении

Поскольку при численном решении сложных прикладных задач крайне нежелательно появление дополнительного кинетического уравнения, значительный интерес представляют приближенные методы описания транспорта энергии быстрыми продуктами реакций. Проведенный в [5] анализ показал, что для статических решений одним из лучших приближений является диффузионное.

Уравнение диффузии для объемной плотности энергии заряженных продуктов \mathcal{E} имеет вид [5]

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_0 E_0}{b_n F_0} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \right) + a_n \frac{v_0 F_0}{E_0} \mathcal{E} = q E_0, \quad (13)$$

для (5) коэффициенты определяются выражениями

$$a_n = 3/2 - n, \quad b_n = 6(2 - n).$$

Скорость передачи энергии от быстрых продуктов топливу

$$Q = \frac{a_n v_0 F_0}{\rho E_0} \mathcal{E}.$$

Переходя в (13) к переменной z , нетрудно убедиться, что система (1), (2), (13) допускает интеграл

$$\varepsilon + \frac{E_0}{m_A A_{mol}} Y + \frac{1}{\rho} \left(\mathcal{E} - \frac{v_0 E_0}{D b_n F_0} \frac{d\mathcal{E}}{dz} \right) = \text{const}. \quad (14)$$

В безразмерных переменных ξ , χ , ω и $Z = \frac{m_A A_{mol}}{\rho E_0} \mathcal{E}$ из (1), (2), (14) получаем

$$\frac{dY}{d\xi} = -\frac{Y^2}{D} \omega(\chi), \quad \frac{dZ}{d\xi} = b_n \tilde{D} (Z + Y + \chi - 1), \quad \frac{d\chi}{d\xi} = \frac{a_n}{\tilde{D}} Z. \quad (15)$$

Исключим из (15) переменную ξ . тогда получим систему уравнений ламинарного пламени

$$\frac{dY}{d\chi} = -\frac{Y^2}{Z} \frac{\omega(\chi)}{a_n}, \quad \frac{dZ}{d\chi} = \frac{b_n}{a_n} \tilde{D}^2 \frac{Z + Y + \chi - 1}{Z}, \quad (16)$$

у которой три независимых граничных условия:

$$Z(0) = Z(1) = 0, \quad Y(0) = 1,$$

они позволяют наряду с функциями $Y(\chi)$, $Z(\chi)$ определить собственное число задачи \tilde{D} .

Граничные точки $\chi = 0$ и 1 — особые. Если $\omega(\chi)$ достаточно быстро убывают при $\chi \rightarrow 0$ (быстрее, чем χ), то асимптотическое поведение решения (16) в окрестности точки $\chi = 0$ имеет вид

$$Y(\chi) = \left[1 + \frac{1}{\alpha \tilde{D}} \frac{1}{\sqrt{a_n b_n}} \int_0^\chi \frac{\omega(\chi')}{\chi'} d\chi' \right]^{-1},$$

$$Z(\chi) = \alpha \tilde{D} \sqrt{\frac{b_n}{a_n}} \chi,$$
(17)

где

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\tilde{D} \sqrt{\frac{b_n}{a_n}} + \sqrt{4 + \frac{b_n}{a_n} \tilde{D}^2} \right).$$

Если $\omega(\chi) = 0$ при $0 \leq \chi \leq \chi_0$, то (17) — точное решение системы (16) на этом отрезке. Как и в классической теории горения [6], через особую точку $\chi = 1$, $Z = Y = 0$ проходят три интегральные кривые: две лежат в плоскости $Y = 0$ и физического смысла не имеют, а третья, которая нас интересует, при $1 - \chi \ll 1$ имеет вид

$$Y = (1 - \chi) - \frac{\omega_1}{a_n} (1 - \chi)^2 + \dots,$$

$$Z = \frac{\omega_1}{a_n} (1 - \chi)^2 - \frac{\omega_1'}{a_n} (1 - \chi)^3 + \dots,$$

где $\omega_1 = \omega(1)$, $\omega_1' = \left. \frac{d\omega}{d\chi} \right|_{\chi=1}$.

Нормальная скорость пламени для ступенчатой функции горения

Далее найдем скорость пламени \tilde{D} в предположении, что функция горения имеет вид ступеньки:

$$\omega(\chi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \chi \leq \chi_0, \\ \omega_0, & \chi < \chi \leq 1. \end{cases} \quad (18)$$

Решения для ступенчатой функции $\omega(\chi)$ представляют самостоятельный интерес уже потому, что в практически интересном случае термоядерных реакций зависимость вида (18) достаточно близка к реальности [1, 7]. Помимо этого, анализ двухпараметрического семейства решений со ступенчатой $\omega(\chi)$ позволяет достаточно полно выявить основные закономерности и отличительные черты обсуждаемого механизма распространения пламени.

Выбирая начало координат $\xi = 0$ в точке $\chi = \chi_0$, из (11), (12) получаем следующее уравнение для вычисления $\tilde{D} = \tilde{D}(\chi_0, \omega_0)$:

$$1 - 2\chi_0 = v_D + \frac{\tilde{D}}{\omega_0} \int_{v_D}^1 \frac{dv}{\Delta_{1v}} \left[\omega_0 \Delta_{2v} + \ln \left(1 + \frac{\omega_0 v}{\tilde{D}} \Delta_{1v} - \omega_0 \Delta_{2v} \right) \right]. \quad (19)$$

Здесь

$$v_D = \begin{cases} 1, & \tilde{D} \geq 1, \\ \text{из решения уравнения } \tilde{D} = \frac{\Delta_1(v_D)}{\Delta_2(v_D)}, & \frac{1/2 - n}{1 - n} < \tilde{D} < 1, \\ 0, & \tilde{D} \leq \frac{1/2 - n}{1 - n}, \end{cases}$$

$$\Delta_{1v} \equiv \Delta_1(v) = \int_v^1 t^{-n} dt, \quad \Delta_{2v} \equiv \Delta_2(v) = \int_v^1 t^{-1/2-n} dt.$$

Уравнение (19) позволяет сразу же установить следующие свойства обсуждаемого механизма распространения пламени:

1) при любых $0 < \chi_0 < 1$, $0 < \omega_0 < \infty$ решение (19) удовлетворяет неравенству $\bar{D}(\chi_0, \omega_0) < 1$; другими словами, скорость пламени \bar{D} не может превышать начальную скорость v_0 быстрых продуктов — единственных переносчиков энергии в данной модели;

2) для любых $0 < \omega_0 < \infty$ отличное от нуля решение (19) существует лишь при $0 < \chi_0 < 1/2$, т. е. $\bar{D}(\chi_0, \omega_0) = 0$ при $\chi_0 \geq 1/2$. Последнее объясняется тем, что лишь половина образующихся быстрых частиц летит вперед, а поскольку их траектории — прямые, для распространения пламени уже половины выделяющейся при горении энергии должно хватить для разогрева топлива до температуры зажигания T_3 , отвечающей значению $\chi = \chi_0$. Из (11), (12) можно строго показать, что $D = 0$ для любой $\omega(\chi)$ (не обязательно ступенчатой) такой, что $\omega(\chi) = 0$ при $0 < \chi < 1/2$. Отсюда, в частности, следует, что в рассматриваемой модели не существует аналога асимптотической формулы Зельдовича — Франк-Каменецкого [8], соответствующей пределу крутого роста $\omega(\chi)$ при $\chi \rightarrow 1$.

Самостоятельный интерес представляют следующие асимптотики: медленное горение, $\omega_0 \ll \chi_0 \ll 1$

$$\bar{D} \approx \frac{\omega_0}{4(2-n)\chi_0} \ll 1; \quad (20)$$

промежуточная асимптотика, $\chi_0 \ll \omega_0 \ll \chi_0^{-1}$

$$\bar{D} \approx 1 - (3\chi_0/\omega_0)^{1/4};$$

быстрое горение, $\omega_0 \gg \chi_0^{-1} \gg 1$

$$\bar{D} \approx 1 - \sqrt{\chi_0}.$$

Отметим, что, согласно (11), (20), фронт пламени в наиболее интересном случае медленного горения имеет ширину $\Delta z \sim \frac{E_0}{F_0} \chi_0^{-1} \sim l(T_K/T_3)$ (T_K — конечное значение температуры за фронтом).

В диффузионном приближении решение системы (15) для ступенчатой функции $\omega(\chi)$ выражается в квадратурах, тогда

$$\bar{D} = \frac{\sqrt{a_n}}{\sqrt{b_n}} \frac{1 - 2\chi_0 - \Phi(\sqrt{a_n b_n} \alpha \bar{D} / \omega_0)}{\sqrt{\chi_0 [1 - \chi_0 - \Phi(\sqrt{a_n b_n} \alpha \bar{D} / \omega_0)]}}, \quad (21)$$

где

$$\Phi(x) = x \exp(x) \int_1^{\infty} t^{-1} \exp(-xt) dt.$$

Из (21) следует, что независимо от значения ω_0 при $\chi_0 \geq 1/2$ $\bar{D}(\chi_0, \omega_0) = 0$. Это означает, что диффузионное уравнение (13) сохраняет одно из двух упомянутых выше отличительных свойств обсуждаемого механизма распространения пламени.

Анализ различных предельных случаев позволяет выписать следующие асимптотики для решений (21): медленное горение, $\omega_0 \ll \chi_0 \ll 1$

$$D \approx \frac{1}{2} \frac{\omega_0}{\sqrt{a_n b_n} \chi_0}; \quad (22)$$

промежуточная асимптотика, $\chi_0 \ll \omega_0 \ll \chi_0^{-1}$

$$\bar{D} \approx \left(\frac{a_n \omega_0}{b_n^2 \chi_0} \right)^{1/4}; \quad (23)$$

Таблица 1

Нормальная скорость пламени $\tilde{D}(\chi_0, \omega_0)$ для ступенчатой функции горения (18) при $n = -1$

χ_0	ω_0					
	10^{-5}		10^{-1}		10^3	
	по (19)	по (21)	по (12)	по (21)	по (19)	по (21)
1/4	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$9,10 \cdot 10^{-7}$	$1,08 \cdot 10^{-2}$	$8,72 \cdot 10^{-3}$	0,421	0,417
1/64	$5,07 \cdot 10^{-5}$	$4,48 \cdot 10^{-5}$	0,246	0,228	0,859	2,55
1/1024	$8,49 \cdot 10^{-4}$	$7,59 \cdot 10^{-4}$	0,614	0,799	0,950	7,51

быстрое горение, $\omega_0 \gg \chi_0^{-1} \left[1 + \ln \frac{1}{1 - 2\chi_0} \right]$

$$\tilde{D} \approx \tilde{D}_\infty = \sqrt{\frac{a_n}{b_n}} \frac{1 - 2\chi_0}{\sqrt{\chi_0(1 - \chi_0)}} \quad (24)$$

Последнее выражение показывает, что в рамках диффузионного приближения нормальная скорость пламени \tilde{D} формально не ограничена сверху и при достаточно больших ω_0 и достаточно малых χ_0 может превысить максимальную скорость быстрых продуктов v_0 . Этот недостаток диффузионного приближения носит общий характер и обязан своим происхождением предположению, что поток энергии пропорционален градиенту плотности энергии, т. е. при достаточно крутых градиентах может быть как угодно велик, тогда как на самом деле поток энергии всегда ограничен величиной $v_0 \mathcal{E}$. Из сравнения (22) с (20) видно, что в пределе медленного горения максимальное отличие диффузионного приближения от кинетического рассмотрения достигается при $n = -1$ и составляет 11% (при $n = 1/2$ диффузионное приближение воспроизводит точный результат). Более детальное сравнение решений (19) и (21) при $n = -1$ представлено в табл. 1.

Нормальная скорость пламени для реальной функции горения

В табл. 2 приведены результаты численных расчетов нормальной скорости пламени \tilde{D} для функции горения

$$\omega(\chi) = 25\Omega_0 \left\{ T^{-2/3} (1 + 5 \cdot 10^{-4} T^2) \exp \left[-\frac{31,72}{T^{1/3}} - \left(\frac{T}{27,14} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + 0,08 T^{-1/2} \exp \left(-\frac{148,2}{T} \right) \right\} \exp \left[-\frac{0,1}{(T - T_H)^2} \right], \quad (25)$$

которая при $\Omega_0 = 1$ описывает горение эквимольной смеси ^2D и ^3He [7] с начальными условиями $\rho = 100 \text{ г/см}^3$, $T_H = 1 \text{ кэВ}$. Связь между χ и T определяется выражением

$$\chi = \frac{T - T_H}{T_K - T_H},$$

где T_K — конечная температура горючей смеси; в формуле (23) T — температура в кэВ; в определении (10) положено $\rho E_0 / F_0 = 0,5 \text{ г/см}^2$, что соответствует пробегу быстрых протонов, образующихся в реакции. В выражение для скорости реакции (25) введен искусственный обрезкающий фактор $\exp[-0,1/(T - T_H)^2]$, обеспечивающий достаточно быстрое убывание $\omega(\chi)$ при $\chi \rightarrow 0$. На рисунке показана структура фронта пламени (графики функций $Y(\xi)$, $\chi(\xi)$ и $Z(\xi)$) для частного случая $\Omega_0 = 1$, $T_K / T_H = 100$, рассчитанная по уравнениям диффузионного при-

ближения (15), которая весьма типична для обсуждаемого механизма распространения пламени.

Из табл. 2 видно, что реальные термоядерные реакции соответствуют пределу медленного горения $\omega(\chi) \ll 1$, когда $D \ll v_0$. Сравнивая результаты, полученные в рамках строгого кинетического подхода и в диффузионном приближении, убеждаемся, что как при $\Omega_0 = 1$, так и при искусственном увеличении скорости реакции вплоть до фактора 10^4 ошибка диффузионного приближения нигде не превышает 30%. Отталкиваясь от асимптотики (20), можно предложить следующую аппроксимационную формулу:

$$\tilde{D} \approx \min \left\{ 1; \max_{0 < \chi < 1/2} \left\{ \frac{1 - 2\chi}{4(2 - n)\chi} \omega(\chi) \right\} \right\}, \quad (26)$$

позволяющую по виду функции $\omega(\chi)$ приближенно оценить нормальную скорость пламени. Оценки по этой формуле для $\omega(\chi)$ из (25) приведены в нижней строке каждой клетки табл. 2.

Обсуждение результатов и основные выводы

Уравнения классической теории горения, описывающие распространение пламени за счет процессов молекулярной диффузии и теплопроводности [2], содержат два независимых размерных параметра: коэффициент температуропроводности κ и характерное время протекания реакции t_r . Из этих параметров можно единственным образом составить комбинацию с размерностью скорости, $\sqrt{\kappa/t_r}$. Отсюда следует, что с точностью до безразмерных параметров задачи (отношения T_K/T_n , числа Льюиса Le) нормальная скорость пламени $D \sim \sqrt{\kappa/t_r}$.

Модель, рассмотренная в данной работе, содержит три независимых размерных параметра: максимальную скорость частиц — продуктов v_0 , их пробег l и характерное время реакции $t_r \sim m_A A_{mol} (\rho \langle \sigma v \rangle)^{-1}$. Из этих параметров можно составить бесконечное количество комбинаций с размерностью скорости, и простой анализ размерности не позволяет уста-

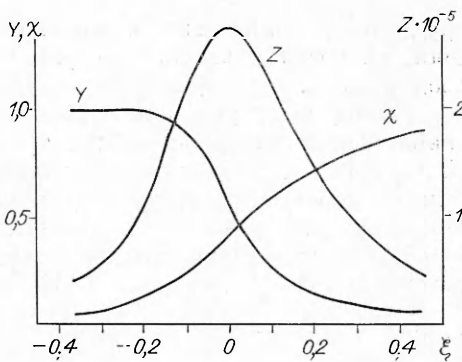
новить правильное «буквенное» выражение для скорости пламени. Более детальное исследование, проведенное нами в рамках кинетического подхода, показало, что в пределах медленного горения $\omega(\chi) \ll 1$ скорость пламени $D \sim \frac{l T_K}{t_r T_n}$, тогда как в противоположном пределе быстрого горения $D \sim v_0$ (но всегда $D \leq v_0$). Линейная зависимость скорости пламени от отношения l/t_r в пределе $D \ll v_0$ отражает «недиффузионный» характер движения частиц — продуктов. А поскольку поступательное перемещение быстрых

Таблица 2

Значения $\tilde{D}(\omega)$ для $\omega(\chi)$ из (23)

Ω_0	T_K , кэВ		
	10	100	1000
1	$1,41 \cdot 10^{-8}$	$4,83 \cdot 10^{-5}$	$2,66 \cdot 10^{-3}$
	$1,07 \cdot 10^{-8}$	$3,54 \cdot 10^{-5}$	$2,39 \cdot 10^{-3}$
	$1,93 \cdot 10^{-9}$	$1,83 \cdot 10^{-5}$	$1,25 \cdot 10^{-3}$
10^2	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$4,68 \cdot 10^{-3}$	0,142
	$8,72 \cdot 10^{-7}$	$3,48 \cdot 10^{-3}$	0,150
	$1,93 \cdot 10^{-7}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$	0,125
10^4	$5,81 \cdot 10^{-5}$	0,160	0,733
	$4,30 \cdot 10^{-5}$	0,153	0,926
	$1,93 \cdot 10^{-5}$	0,183	1,0

Примечание. Первые строки — данные, полученные из кинетического уравнения, вторые — в диффузионном приближении, третьи — по приближенной формуле (26) при $n = -1$.



продуктов — единственный механизм транспорта энергии в данной модели, скорость пламени D ограничена сверху максимальной скоростью продуктов v_0 .

Выведенные уравнения распространения пламени в диффузионном приближении содержат те же три независимых размерных параметра (l, t_r, v_0) и приводят к правильной асимптотике (22) в пределе медленного горения, т. е. правильно описывают «недиффузионный» характер движения быстрых продуктов. В противоположном пределе $\omega(0,5) \rightarrow \infty$ эти уравнения качественно правильно приводят к конечным значениям $D = v_0 \tilde{D}_\infty$ (см. (24)). И хотя формально при достаточно низких температурах зажигания $T_3 \ll T_k$ значение $\tilde{D}_\infty \sim \sqrt{\frac{T_k}{T_3}}$ может в рамках диффузионного приближения стать как угодно большим, эта расходимость не сильная и практического значения не имеет. В результате приходим к выводу, что уравнение диффузии (13) позволяет адекватно описать распространение пламени за счет быстрых продуктов, движущихся вдоль прямолинейных траекторий.

Авторы признательны С. И. Ближнему и А. М. Хохлову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арцимович Л. А. Управляемые термоядерные реакции. — М.: Физматгиз, 1960.
2. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б. и др. Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980.
3. Баско М. М., Будько А. Б. Препринт ИТЭФ, № 27, 1986.
4. Баско М. М., Будько А. Б. Препринт ИТЭФ, № 28, 1986.
5. Баско М. М. Препринт ИТЭФ, № 23, 1981.
6. Канель Я. И. Докл. АН СССР, 1963, 149, 2, 367.
7. Fowler W. A., Caughlan G. R., Zimmerman V. A. Ann. Rev. Astron. and Ap., 1975, 13, 69.
8. Зельдович Я. Б., Франк-Каменецкий Д. А. ЖФХ, 1938, 12, 1, 100.

Поступила в редакцию 3/VII 1986,
после доработки — 12/I 1987

ОСОБЕННОСТИ ПОВЕРХНОСТНОГО ГОРЕНИЯ ГАЗООБРАЗНОГО ТОПЛИВА

К. Ф. Ридер, Р. Л. Релин, Е. Н. Шуркин
(Москва)

Одно из направлений повышения эффективности использования топлива — сжигание газообразного топлива в стационарном слое дробленого огнеупорного материала. Исследования поверхностного горения показали, что такой метод за счет резкой интенсификации процесса позволяет значительно повышать тепловые напряжения топочного пространства, которые в этом случае на два порядка выше, чем при факельном режиме горения [1, 2]. Наряду с теплотехническими показателями при работе горелочных устройств важна токсикологическая характеристика выбрасываемых продуктов сгорания, которая при работе установки на газообразном топливе определяется главным образом содержанием окислов азота. Цель данной работы — исследование закономерностей образования окислов азота в процессе поверхностного горения топлива. Для достижения поставленной цели необходимо установить диапазон изменения параметров, обеспечивающих полноту выгорания топлива, и их влияние на образование NO_x .

Интенсивность образования окислов азота при сжигании газообразного топлива экспоненциально зависит от температуры в зоне горения T , линейно — от времени пребывания продуктов горения в зоне высоких