

10 коп

ИНДЕКС 3624

ИТЭФ - 7



ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

М.М.БАСКО

ДВУХГРУППОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ  
В СФЕРИЧЕСКИ - СИММЕТРИЧНЫХ ЗАДАЧАХ  
ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА

TWO-ANGLE-GROUPS APPROXIMATION  
IN SPHERICALLY SYMMETRIC PROBLEMS  
OF THE TRANSPORT THEORY

M. M. Basko

A more general than the diffusion approximation class of two-angle-groups approximations is considered for the LTE equation of radiative transfer and for the straight-trajectory equation of transport of fast  $\alpha$ -particles. In the case of spherical geometry the class of two-groups approximations considered is characterized by the presence of an additional parameter  $\Lambda$ . It is shown that a reasonable choice of its value results in a significant improvement of the accuracy of the usual diffusion approximation in cases when the mean free path of radiation is comparable to or greater than the current value of radial coordinate  $r$ . It is shown also that for the energy transport by  $\alpha$ -particles this improvement generally cannot be achieved.

Рассмотрен более общий чем диффузионное приближение класс приближений двух угловых групп для уравнения переноса излучения в приближении ЛТР и уравнения переноса быстрых  $\alpha$ -частиц в приближении прямолинейных траекторий. В случае сферической геометрии рассмотренный класс двухгрупповых приближений характеризуется наличием дополнительного параметра  $\Lambda$ . Показано, что разумным выбором значения  $\Lambda$  можно существенно улучшить точность традиционного диффузионного приближения в случаях, когда длина свободного пробега излучения сравнима или существенно превосходит текущее значение радиальной координаты  $r$ . Показано также, что для переноса энергии  $\alpha$ -частицами такого улучшения в общем случае добиться не удастся.

© Институт теоретической и экспериментальной физики, 1982

## I. Введение

При решении сложных задач радиационной газовой динамики, а также многих других физических и астрофизических задач, включающих перенос излучения, нейтронов,  $\alpha$ -частиц и т.п., очень важно бывает найти простую и эффективную замену сложным интегро-дифференциальным уравнениям переноса. Из простейших методов приближенного описания чаще других используется диффузионное (эддингтоновское) приближение (см., например, [1, 2]), которое является асимптотически точным в случае больших оптических толщин и слабых градиентов. В плоских задачах теории переноса диффузионное приближение - самое лучшее из всех двухгрупповых приближений (в которых интенсивность  $I(\mu, \dots)$  как функция угловой переменной  $\mu = \cos \theta$  заменяется на две функции, каждая из которых уже от угла не зависит), и при удачном выборе граничных условий [2] хорошо описывает перенос излучения не только в глубоких слоях, но и вблизи поверхности, где формальные критерии его применимости нарушаются.

Иначе обстоит дело в цилиндрической и сферической геометриях. Здесь диффузионное приближение может давать значительную погрешность не только вблизи границы, но и в областях, где длина свободного пробега  $\kappa^{-1}$  сравнима или существенно превосходит текущее значение радиальной координаты  $r$ , - независимо от выбора граничных условий [3]. Возникает вопрос: нельзя ли улучшить диффузионное приближение для радиальной геометрии таким образом, чтобы с одной стороны сохранить простоту двухгруппового

метода, а с другой - удовлетворительно описать распространение излучения в областях с  $x^{-1} \geq z$ ? Сравнительно простое исследование, проведенное в данной работе для сферической геометрии, показывает, что этого легко достичь для переноса излучения в условиях ЛТР (локального термодинамического равновесия), но не удается сделать для переноса быстрых  $\alpha$ -частиц (о диффузионном приближении для переноса быстрых  $\alpha$ -частиц см. [4]).

## 2. Перенос излучения

### 2а. Уравнение переноса

Стационарное уравнение переноса излучения в сферически-симметричном случае в приближении ЛТР \*) имеет хорошо известный вид

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial z} + \frac{1-\mu^2}{z} \frac{\partial I_\nu}{\partial \mu} = -\kappa_\nu I_\nu + \kappa_\nu B_\nu(z), \quad (1)$$

где  $I_\nu(\mu, z)$  - интенсивность излучения с частотой  $\nu$ ,  $\mu = \cos \theta$  - косинус угла между нормалью к сфере  $z = \text{const}$  и направлением распространения излучения,  $\kappa_\nu = \kappa_\nu(z)$  - непрозрачность вещества,

$B_\nu = (2h\nu^3/c^2) [\exp(h\nu/kT) - 1]^{-1}$  - интенсивность равновесного излучения. Предполагается, что  $\kappa_\nu(z)$  \*

\*) Под приближением ЛТР понимается совпадение функции источников с планковской равновесной функцией  $B_\nu(z) \equiv B_\nu(T(z))$ , вычисленной для локального значения температуры  $T(z)$  [2,5].

$B_\nu(z)$  - известные функции радиуса. Поскольку уравнение (1) решается независимо при каждом значении частоты (соседние частоты не "зацепляются"), индекс  $\nu$  ниже везде опущен.

Определим обычным образом первые три угловых момента интенсивности  $I(\mu, z)$ :

$$J(z) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I d\mu, \quad H(z) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I \mu d\mu, \quad K(z) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I \mu^2 d\mu. \quad (2)$$

Усреднив уравнение (1) по телесному углу, получим закон сохранения лучистой энергии в форме

$$\frac{dH}{dz} + \frac{2H}{z} = \kappa (B - J). \quad (3)$$

### 2б. Приближение двух групп по углу

В качестве приближенного описания рассмотрим следующий общий случай приближения двух угловых групп. Пусть  $I^+(z)$  - интенсивность излучения, распространяющегося в направлении  $+\mu_0 > 0$  в сторону возрастающих  $z$ , а  $I^-(z)$  - интенсивность излучения, распространяющегося в направлении  $-\mu_0$  в сторону убывающих  $z$ . Пусть далее значения  $J$  и  $H$  определяются выражениями

$$J = \frac{1}{2} (I^+ + I^-), \quad H = \frac{1}{2} \mu_0 (I^+ - I^-). \quad (4)$$

Чтобы от точного уравнения переноса (1) перейти к уравнениям для функций  $I^\pm$ , заметим следующее: в общем случае линейный дифференциальный оператор  $(1-\mu^2) \partial I / \partial \mu$  должен перейти в линейную комбинацию вида  $\alpha I^+ + \beta I^-$ . Потребовав, чтобы 1) эта линейная комбинация тождественно обращалась в нуль в случае изотропного поля излучения  $I^+ = I^- = J$ , и 2) строго выполнялся закон сохранения (3) с  $J$  и  $H$  из (4), мы приходим

к следующим уравнениям двухгруппового приближения

$$\left\{ \begin{aligned} \mu_0 \frac{dI^+}{dz} + \Lambda \frac{I^+ - I^-}{z} &= -\kappa I^+ + \kappa B, \\ -\mu_0 \frac{dI^-}{dz} + (2\mu_0 - \Lambda) \frac{I^+ - I^-}{z} &= -\kappa I^- + \kappa B. \end{aligned} \right. \quad (5a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mu_0 \frac{dI^+}{dz} + \Lambda \frac{I^+ - I^-}{z} &= -\kappa I^+ + \kappa B, \\ -\mu_0 \frac{dI^-}{dz} + (2\mu_0 - \Lambda) \frac{I^+ - I^-}{z} &= -\kappa I^- + \kappa B. \end{aligned} \right. \quad (5b)$$

Воспользовавшись соотношениями (4), перепишем систему (5) в другом эквивалентном виде

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dH}{dz} + \frac{2H}{z} &= \kappa (B - J), \\ \mu_0^2 \frac{dJ}{dz} + \frac{2(\Lambda - \mu_0)}{z} H + \kappa H &= 0. \end{aligned} \right. \quad (6a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dH}{dz} + \frac{2H}{z} &= \kappa (B - J), \\ \mu_0^2 \frac{dJ}{dz} + \frac{2(\Lambda - \mu_0)}{z} H + \kappa H &= 0. \end{aligned} \right. \quad (6b)$$

В общем случае системы (5) и (6) содержат две произвольные постоянные  $\mu_0$  и  $\Lambda$ , значения которых должны быть выбраны из условия наилучшей аппроксимации интересующих нас физических величин. Ниже, в качестве такой эталонной величины выберем среднюю интенсивность излучения  $J$ . В частном случае  $\Lambda = \mu_0 = 1/\sqrt{3}$  уравнения (5) совпадают с уравнениями I-го порядка метода гауссовых квадратур, подробно исследованного Чандрасекаром [5], и эквивалентны диффузионному приближению, что сразу видно из (6).

При  $\Lambda \neq \mu_0$  уравнения (5) несимметричны относительно замены  $(\mu_0, I^+) \rightarrow (-\mu_0, I^-)$ . Это обстоятельство, однако, не может служить доводом в пользу выбора  $\Lambda = \mu_0$ , поскольку в реальных физических задачах с центральной симметрией направления возрастания и убывания  $z$  отнюдь не равноправны. В пределе плоской геометрии ( $\kappa z \rightarrow \infty$ ), однако, эта симметрия восстанавливается, и при  $\mu_0 = 1/\sqrt{3}$  мы для любых значений  $\Lambda$  приходим к диффузионному приближению. Отсюда, в частности, следует, что оценку конкретных значений  $\Lambda$  целесообразно провести

в другом предельном случае  $\kappa z \rightarrow 0$ , т.е. в случае распространения излучения в пустоте.

Пусть  $\kappa = 0$  при  $z > R$ . Тогда вдали от источников,  $z \gg R$ , решение точного уравнения (1) дает  $J = H = J_0 z^{-2}$ . С другой стороны, в рамках двухгруппового приближения естественно положить  $I^- = 0$  при  $z > R$ . Потребовав далее в этой области  $J \propto z^{-2}$  (в силу (4) мы не можем потребовать  $J = H = J_0 z^{-2}$ ), мы однозначно приходим к значению  $\Lambda = 2\mu_0$ . Это значение  $\Lambda$  обладает еще и тем замечательным свойством, что позволяет свести решение краевой задачи для системы (5) к последовательному решению двух задач Коши: сначала для уравнения (5б) при граничном условии  $I^-(R) = 0$ , а затем для уравнения (5а) при граничном условии  $I^+(0) = I^-(0)$ . Поскольку при этом приходится сначала интегрировать "назад" уравнение (5б), а затем интегрировать "вперед" уравнение (5а), мы несколько произвольно назовем вариант двухгруппового приближения с  $\Lambda = 2\mu_0$  приближением "вперед-назад". Такое значение  $\Lambda$  при  $\mu_0 = 1/2$  было, например, использовано авторами [6] для приближенного описания переноса  $\alpha$ -частиц.

Совсем не обязательно, однако, придавать наглядный физический смысл величинам  $I^\pm$ , а вместо этого сразу исходить из уравнений (6) и потребовать при  $z > R$  (где  $\kappa = 0$ ) выполнения условия  $J = H = J_0 z^{-2}$ . В этом случае мы приходим к значению  $\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$ . Такой выбор постоянной  $\Lambda$  мы назовем приближением "радиальных лучей". Поскольку он приводит к отрицательным значениям  $I^-$  в области  $z > R$ , граничные условия в этом приближении также необходимо формулировать в терминах  $J$  и  $H$ , а не  $I^+$  и  $I^-$ . Отметим, что значение  $\Lambda = \mu_0$ , отвечающее диффузионному приближению

при  $\mu_0 = 1/\sqrt{3}$ , приводит к физически некорректному результату  $J = \text{const}$  при  $z > R$ .

Если мы обратим задачу и будем рассматривать распространение излучения в пустой сферической полости ( $x = 0$  при  $z < R$ ), то физически правильное решение (5) и (6)  $I^+ = I^- = \text{const}$ ,

$J = \text{const}$ ,  $H = 0$ , получается при любом выборе  $\Lambda$ .

### 2в. Сопоставление различных вариантов двухгруппового приближения

Ниже мы сравним между собой три варианта двухгруппового приближения - диффузионное приближение ( $\Lambda = \mu_0$ ), приближение "вперед-назад" ( $\Lambda = 2\mu_0$ ) и приближение "радиальных лучей" ( $\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$ ) - на примере следующей физической задачи. Разобьем все пространство на три области:

- (а)  $0 \leq z < R_a$ ;  $x = 1$ ;  $B = 1$ ;
- (в)  $R_a \leq z < R_b$ ;  $x = 0$ ;  $B = 0$ ;
- (с)  $R_b < z < +\infty$ ;  $x = x$ ;  $B = 0$ .

Источники излучения  $B(z)$  сосредоточены в самой внутренней сфере радиуса  $R_a$  и распределены в ней равномерно. В пределах каждой области непрозрачность вещества постоянна и нормирована на непрозрачность внутренней сферы.

Средняя интенсивность излучения, найденная из решения точного уравнения переноса (I), имеет в области (а) вид

$$J(z) = 1 - \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \exp[-z\mu - \sqrt{R_a^2 - z^2(1-\mu^2)}] d\mu, \quad (7a)$$

а в области (с) -

$$J(z) = \frac{1}{2} \int_{\sqrt{1-R_a^2/z^2}}^1 \exp[x(\sqrt{R_b^2 - z^2(1-\mu^2)} - z\mu)] \cdot \{1 - \exp[-2\sqrt{R_a^2 - z^2(1-\mu^2)}]\} d\mu. \quad (7б)$$

Средняя интенсивность  $J(z)$  в области (в) определяется выражением (7б) при  $R_b = z$ .

В случаях  $\Lambda = \mu_0$  и  $\Lambda = 2\mu_0$  решения систем (5) и (6) выражаются через гиперболические функции, в случае  $\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$  - через функции Уиттекера. Мы здесь эти решения выписывать не будем, а сразу приведем (см. таблицы I-УШ) численные значения  $J(z)$  в избранных точках, представляющих с нашей точки зрения наибольший интерес, для 8 различных наборов параметров  $x$ ,  $R_a$  и  $R_b$ :

- |                                |   |              |
|--------------------------------|---|--------------|
| I. $R_a = R_b = 0.1$           | } | $x = 1$ ;    |
| II. $R_a = R_b = 1$            |   |              |
| III. $R_a = R_b = 10$          |   |              |
| IV. $R_a = R_b = 10$ ;         |   | $x = 0.1$ ;  |
| V. $R_a = R_b = 10$ ;          |   | $x = 0.01$ ; |
| VI. $R_a = 1$ ; $R_b = 10$ ;   |   | $x = 1$ ;    |
| VII. $R_a = 1$ ; $R_b = 10$ ;  |   | $x = 0.1$ ;  |
| VIII. $R_a = 1$ ; $R_b = 10$ ; |   | $x = 0.01$ . |

Перечисленные варианты I-УШ охватывают довольно широкий набор физических ситуаций, отличающихся друг от друга разной степенью проявления граничных эффектов и эффектов сферичности: так, например, вариант I соответствует оптически тонкому случаю, когда диффузионное приближение приводит к большой ошибке в области (а); вариант III близок к плоской геометрии, когда погрешность диффузионного приближения должна быть минимальна; эффекты

радиальной геометрии сильнее всего должны проявляться в варианте УШ, и т.д.

В данной работе приведены результаты расчетов лишь для одного значения  $\mu_0 = 1/\sqrt{3}$ . Непосредственное сравнение с расчетами для других значений  $\mu_0$  показывает, что, как и следовало ожидать, именно "гауссовское" значение  $\mu_0 = 1/\sqrt{3}$  дает наилучшее согласие с решениями точного уравнения (I).

На рис. I те же самые три варианта приближения двух групп (пунктирные линии) сравниваются с точным решением (сплошная линия) для степенного распределения источников  $B(r) = r^{-5/2}$  и постоянного значения непрозрачности  $\alpha = 1$ .

Сопоставляя между собой данные таблиц, а также различные кривые на рис. I, мы приходим к следующим выводам. Во всех случаях, когда существенную роль играют эффекты сферической геометрии,

$\alpha r \leq 1$  (включая оптически тонкий случай  $\alpha R < 1$ , где  $R$  - размер области локализации источников), приближение "радиальных лучей"  $\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$  лучше диффузионного приближения  $\Lambda = \mu_0$ . Более того, приближение "радиальных лучей" лучше диффузионного и в непосредственной окрестности резких изменений функции источников  $B(r)$  (ср. варианты II-IV).

Приближение "вперед-назад"  $\Lambda = 2\mu_0$  также лучше описывает перенос излучения при  $\alpha r \leq 1$ , чем диффузионное, но может быть как лучше, так и хуже приближения "радиальных лучей". Учитывая, что по сравнению с последним приближение "вперед-назад" существенно упрощает решение краевой задачи, мы приходим к выводу, что априори нельзя отдать предпочтение какому-либо одному из них.

Оба обсуждаемых приближения (как  $\Lambda = 2\mu_0$ , так и  $\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$ ) становятся хуже диффузионного в области, где одновременно  $\alpha r \gg 1$  и мал градиент  $B(r)$ . Последний недостаток можно исправить, введя, например, зависимость параметра  $\Lambda$  от радиуса вида

$$\Lambda = \mu_0 + \frac{\mu_0^2}{1 + \delta (\alpha r)^n} \quad (8)$$

и провести оптимизацию по параметрам  $\delta$  и  $n$ .

### 2г. Релаксация к точному решению

Хорошо известно, что диффузионное приближение  $\Lambda = \mu_0 = 1/\sqrt{3}$  допускает обобщение, в котором уравнение (6б) заменяется на

$$\frac{d}{dz} (\phi J) + \frac{3\phi - 1}{z} J + \alpha H = 0, \quad (9)$$

где эддингтоновский фактор  $\phi$  уже не равен  $1/3$ , а является функцией координаты  $z$ . Используя метод последовательных приближений по этому фактору, можно достаточно точно описывать перенос излучения как в нестационарных задачах газовой динамики [7], так и в стационарных задачах теории переноса, в которых функция источников  $B$  сама зависит от  $J$  [3].

Аналогичное обобщение можно сформулировать и в более общем случае  $\Lambda \neq \mu_0$ . Действительно, усреднив по телесному углу точное уравнение (I), умноженное на  $\mu$ , получаем

$$\frac{dK}{dz} + \frac{3K - J}{z} + \alpha H = 0. \quad (10)$$

Положим далее

$$\mu^2 = \frac{K}{J}, \quad \Lambda = \mu_0 + \frac{3K - J}{2H}, \quad (II)$$

мы формально приходим к уравнению (6б). Отсюда ясно, что для параметров  $\mu_0$  и  $\Lambda$  можно построить итерационную процедуру, аналогичную использованной авторами [3, 8] для параметра  $\mu$ . Отметим, однако, что вряд ли релаксация по двум параметрам  $\mu_0$  и  $\Lambda$  может оказаться более эффективной, чем по одному параметру  $\mu$  (уже хотя бы потому, что параметр  $\Lambda$  в принципе может принимать любые значения от  $-\infty$  до  $+\infty$ ), - хотя разумный выбор начального значения  $\Lambda$ , как показано выше, позволяет получить лучшее нулевое приближение.

### 3. Перенос $\alpha$ -частиц

Будем исходить из следующего стационарного уравнения переноса быстрых  $\alpha$ -частиц в приближении прямолинейных траекторий [4]:

$$\mu \frac{\partial I_\alpha}{\partial z} + \frac{1 - \mu^2}{z} \frac{\partial I_\alpha}{\partial \mu} - \frac{\partial}{\partial E} (I_\alpha F) = \frac{q(z)}{4\pi} \delta(E - E_0), \quad (I2)$$

где  $I_\alpha = I_\alpha(\mu, z, E)$  - "интенсивность"  $\alpha$ -частиц,  $E$  - их энергия,  $E_0$  - энергия, при которой  $\alpha$ -частицы впрыскиваются сторонними источниками с плотностью  $q(z)$ ,  $F = F(z, E)$  - тормозящая сила, действующая на  $\alpha$ -частицы при движении в среде. Уравнения двухгруппового приближения для  $\alpha$ -частиц, аналогичные уравнениям (5) для излучения, имеют вид

$$\begin{cases} \mu_0 \frac{\partial I_\alpha^+}{\partial z} + \Lambda \frac{I_\alpha^+ - I_\alpha^-}{z} - \frac{\partial}{\partial E} (I_\alpha^+ F) = \frac{q}{4\pi} \delta(E - E_0), & (I3a) \\ -\mu_0 \frac{\partial I_\alpha^-}{\partial z} + (2\mu_0 - \Lambda) \frac{I_\alpha^+ - I_\alpha^-}{z} - \frac{\partial}{\partial E} (I_\alpha^- F) = \frac{q}{4\pi} \delta(E - E_0), & (I3b) \end{cases}$$

где, как и ранее,

$$J_\alpha = \frac{1}{2} (I_\alpha^+ + I_\alpha^-), \quad H_\alpha = \frac{1}{2} \mu_0 (I_\alpha^+ - I_\alpha^-). \quad (I4)$$

Переходя к плотности  $\mathcal{E}_\alpha$  и потоку  $\mathcal{W}_\alpha$  энергии  $\alpha$ -частиц, определенным согласно

$$\mathcal{E}_\alpha = 4\pi \int_0^{E_0} \frac{E J_\alpha}{v} dE, \quad \mathcal{W}_\alpha = 4\pi \int_0^{E_0} H_\alpha E dE \quad (I5)$$

и вводя безразмерные коэффициенты

$$a = \frac{E_0}{F_0 v_0} \mathcal{E}_\alpha^{-1} 4\pi \int_0^{E_0} F J_\alpha dE, \quad (I6)$$

$$b = \frac{E_0 v_0}{F_0} \mathcal{W}_\alpha^{-1} 4\pi \int_0^{E_0} \frac{F H_\alpha}{v} dE, \quad (I7)$$

$$\beta = v_0 \mathcal{W}_\alpha^{-1} 4\pi \int_0^{E_0} \frac{H_\alpha E}{v} dE, \quad (I8)$$

мы приходим к следующему обобщению уравнений диффузии  $\alpha$ -частиц:

$$\frac{d\mathcal{W}_\alpha}{dz} + \frac{2\mathcal{W}_\alpha}{z} + a \frac{F_0 v_0}{E_0} \mathcal{E}_\alpha = q E_0, \quad (I9a)$$

$$\frac{d\mathcal{E}_\alpha}{dz} + \frac{1}{\mu_0^2 v_0} \left[ \frac{1}{2} \frac{\beta F_0}{E_0} + \frac{2\beta(\Lambda - \mu_0)}{z} \right] \mathcal{W}_\alpha = 0. \quad (I9b)$$

Здесь  $v$  - абсолютная величина скорости  $\alpha$ -частиц,  
 $F_0 = F(\tau, E_0)$ . При  $\Lambda = \mu_0$  система (19) эквивалентна  
уравнению диффузии (49) из [4]. В случае, когда выражение  
для тормозящей силы представляется в виде

$$F(\tau, E) = F_0(\tau) (E/E_0)^n, \quad (20)$$

коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $\beta$  равны

$$a = \frac{3}{2} - n, \quad b = 4(2-n), \quad \beta = \frac{2-n}{5/4-n}. \quad (21)$$

На рис.2 представлены графики безразмерной диссипации  
энергии  $q_3(\bar{z}) = \alpha v_0 F_0 \bar{z}^{5/2} C_\alpha / q_0 E_0^2$  как функции безразмерного ра-  
диуса  $\bar{z} = z F_0 / E_0$  в случае  $n = 1/2$  и  $q(\bar{z}) = q_0 \bar{z}^{-5/2}$   
для трех различных значений постоянной  $\Lambda$ , полученные в ре-  
зультате решения системы (19) (пунктирные линии), в сравнении с  
решением точного уравнения (12) (сплошная линия). Сопоставление  
этих кривых сразу показывает, что в отличие от переноса излуче-  
ния (см.рис.1) в случае переноса энергии быстрыми  $\alpha$ -частица-  
ми варьирование значений постоянной  $\Lambda$  не позволяет улучшить  
традиционный вариант диффузионного приближения  $\Lambda = \mu_0$ .  
Причина этого, по-видимому, кроется в том, что наибольший вклад  
в диссипацию энергии дают самые энергичные  $\alpha$ -частицы, проде-  
лавшие малый по сравнению с длиной пробега путь в веществе, на  
распространении которых не успевает сказаться эффект сферичности.  
Отметим, что к сделанному выводу нельзя относиться как к абсолют-  
но строгому утверждению, и, по-видимому, существуют достаточно  
экстремальные ситуации, когда приближение  $\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$   
лучше диффузионного и для  $\alpha$ -частиц, однако на практике они  
скорее всего встречаются достаточно редко.

I.  $R_a = R_f = 0.1; z = 1;$ 

$z$	Точн. решение	$\Lambda = \mu_0 = 1/\sqrt{3}$	$\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$	$\Lambda = 2\mu_0$
0	9.5163 (-2)*	1.3375 (-2)	1.020 (-1)	1.590 (-1)
0.1	4.6827 (-2)	8.4349 (-3)	3.587 (-2)	5.306 (-2)
1.1	9.2116 (-5)	1.3566 (-4)	9.873 (-5)	7.759 (-5)
2.1	9.2787 (-6)	1.2572 (-5)	6.112 (-6)	3.766 (-6)

II.  $R_a = R_f = 1; z = 1;$ 

$z$	Точн. решение	$\Lambda = \mu_0 = 1/\sqrt{3}$	$\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$	$\Lambda = 2\mu_0$
0	6.3212 (-1)	5.1664 (-1)	7.361 (-1)	8.231 (-1)
1.0	2.8383 (-1)	2.3601 (-1)	2.730 (-1)	2.920 (-1)
2.0	1.4595 (-2)	2.0878 (-2)	1.563 (-2)	1.292 (-2)
3.0	2.2269 (-3)	2.4625 (-3)	1.442 (-3)	1.016 (-3)

III.  $R_a = R_f = 10; z = 1;$ 

$z$	Точн. решение	$\Lambda = \mu_0 = 1/\sqrt{3}$	$\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$	$\Lambda = 2\mu_0$
9.0	9.1141 (-1)	8.9604 (-1)	9.020 (-1)	9.060 (-1)
10.0	4.7500 (-1)	4.7113 (-1)	4.716 (-1)	4.720 (-1)
11.0	6.2514 (-2)	7.5776 (-2)	7.175 (-2)	6.901 (-2)
12.0	1.4384 (-2)	1.2289 (-2)	1.106 (-2)	1.026 (-2)

IV.  $R_a = R_f = 10; z = 0.1;$ 

$z$	Точн. решение	$\Lambda = \mu_0 = 1/\sqrt{3}$	$\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$	$\Lambda = 2\mu_0$
9.0	9.1141 (-1)	8.7694 (-1)	8.959 (-1)	9.060 (-1)
10.0	4.7500 (-1)	3.7397 (-1)	4.385 (-1)	4.720 (-1)
20.0	2.0184 (-2)	3.3082 (-2)	2.511 (-2)	2.088 (-2)
30.0	3.0520 (-3)	3.9019 (-3)	2.316 (-3)	1.641 (-3)

\* В скобках указан десятичный порядок числа



У.  $R_a = R_\ell = 10$ ;  $\alpha = 0.01$ ;

$\tau$	Точн. решение	$\Lambda = \mu_0 = 1/\sqrt{3}$	$\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$	$\Lambda = 2\mu_0$
9.0	9.1141 (-1)	8.2743 (-1)	8.840 (-1)	9.060 (-1)
10.0	4.7500 (-1)	1.2212 (-1)	3.748 (-1)	4.720 (-1)
110	7.3540 (-4)	1.9642 (-3)	1.032 (-3)	6.901 (-4)
210	7.4040 (-5)	1.8202 (-4)	6.386 (-5)	3.350 (-5)

VI.  $R_a = 1$ ;  $R_\ell = 10$ ;  $\alpha = 1$ ;

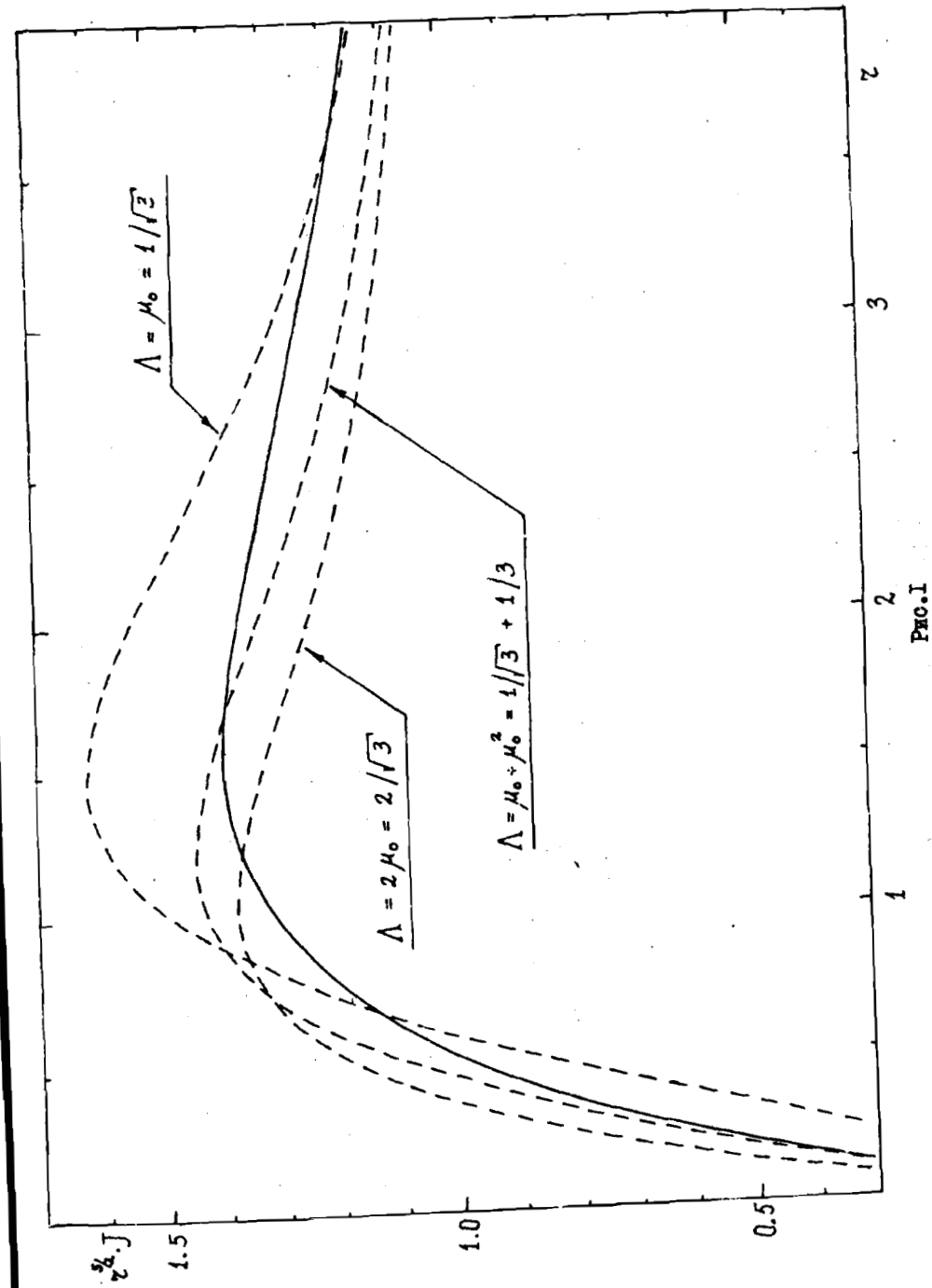
$\tau$	Точн. решение	$\Lambda = \mu_0 = 1/\sqrt{3}$	$\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$	$\Lambda = 2\mu_0$
0	6.3212 (-1)	3.7022 (-1)	7.109 (-1)	8.231 (-1)
1.0	2.8383 (-1)	4.5857 (-3)	2.034 (-1)	2.920 (-1)
10.0	1.7616 (-3)	4.5857 (-3)	3.419 (-3)	2.920 (-3)
11.0	5.3429 (-4)	7.3754 (-4)	5.202 (-4)	4.270 (-4)

VII.  $R_a = 1$ ;  $R_\ell = 10$ ;  $\alpha = 0.1$ ;

$\tau$	Точн. решение	$\Lambda = \mu_0 = 1/\sqrt{3}$	$\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$	$\Lambda = 2\mu_0$
0	6.3212 (-1)	3.6927 (-1)	7.108 (-1)	8.231 (-1)
1.0	2.8383 (-1)	3.0797 (-3)	2.031 (-1)	2.920 (-1)
10.0	1.7616 (-3)	3.0797 (-3)	2.993 (-3)	2.920 (-3)
20	1.6156 (-4)	2.7243 (-4)	1.714 (-4)	1.292 (-4)

УШ.  $R_a = 1$ ;  $R_\ell = 10$ ;  $\alpha = 0.01$ .

$\tau$	Точн. решение	$\Lambda = \mu_0 = 1/\sqrt{3}$	$\Lambda = \mu_0 + \mu_0^2$	$\Lambda = 2\mu_0$
0	6.3212 (-1)	3.6778 (-1)	7.106 (-1)	8.231 (-1)
1.0	2.8383 (-1)	7.1887 (-4)	2.025 (-1)	2.920 (-1)
10	1.7616 (-3)	7.1887 (-4)	2.299 (-3)	2.920 (-3)
110	5.3429 (-6)	1.1562 (-5)	6.328 (-6)	4.270 (-6)



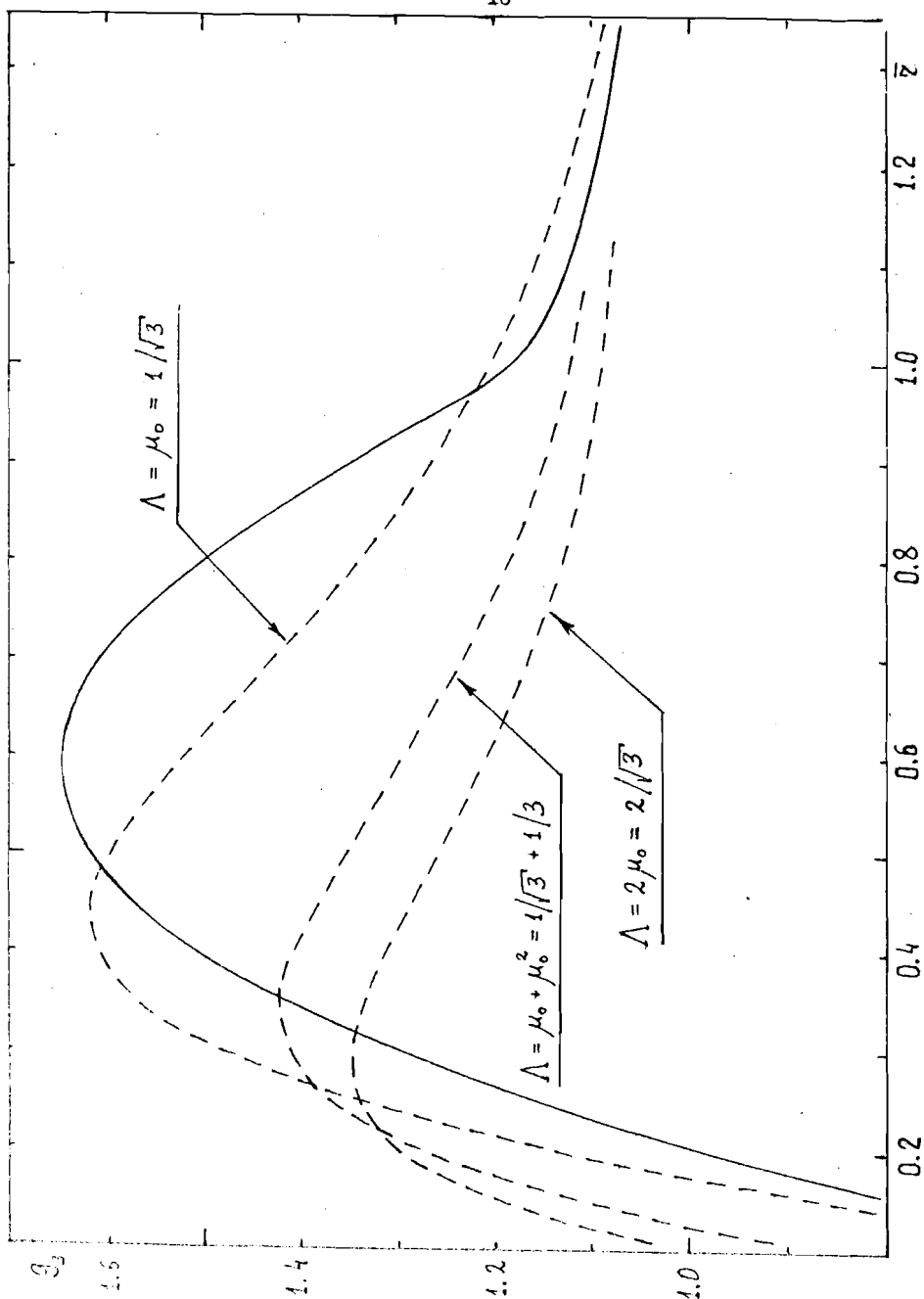


Рис.2

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
2. Соболев В.В. Курс теоретической астрофизики. М.: Наука, 1975.
3. Нуммер D.G., Rybicki G.B. Radiative Transfer in Spherically Symmetric Systems. The Conservative Grey Case. - M.N.R.A.S., 152, 1-19, 1971.
4. Баско М.М. Приближенные методы рассмотрения кинетики быстрых  $\alpha$ -частиц. М., Препринт ИТЭФ, 1981, № 23.
5. Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии. М.: ИЛ, 1953.
6. Гуськов С.Ю., Крохин О.Н., Розанов В.Б. Перенос энергии заряженными частицами в лазерной плазме: Квантовая электроника, 1, 1617, 1974.
7. Гольдин В.Я. Квазидиффузионный метод решения кинетического уравнения. - ЖЭМ и МФ, 4, 1078, 1964.
8. Гольдин В.Я., Четверушкин Б.Н. Методы расчета переноса излучения в одномерных задачах низкотемпературной плазмы. М.: Препринт ИФМ, 1970, № 12.

Баско М.М.

Двухгрупповое приближение в сферически-симметричных задачах теории переноса

Редактор И.Н.Ломанина

Корректор О.Ю.Ольховникова

Работа поступила в ОНТИ 6.01.82

Подписано к печати 13.01.82 Т00238 Формат 60x90 1/16  
 Offsetн.леч. Усл.-печ.л.1,0. Уч.-изд.л. 0,7. Тираж 160 экз.  
 Заказ? Индекс 3624 Цена 10 коп.

Отпечатано в ИТЭФ, 117259, Москва, Б.Черемушкинская, 25